Problem:

Drei Seeleute, die zusammen mit einem Affen als Schiffbrüchige auf einer verlassenen Insel leben, haben eines Tages einen Haufen Kokosnüsse gesammelt, der in der Frühe des nächsten Tages unter den Seeleuten geteilt werden soll. Irgendwann in der Nacht steht einer der Seeleute auf und teilt den Haufen in 3 gleich große Teile. Es bleibt eine Kokosnuss übrig, die er dem Affen gibt. Danach versteckt er seinen Anteil und legt4 die restlichen Kokosnüsse wieder zu einem Haufen zusammen. Später in derselben Nacht stehen die beiden anderen Seeleute auch auf und wiederholen die Arbeit des ersten Seemannes. Am folgenden Morgen stehen die drei Seemänner auf, teilen den übrig gebliebenen Haufen in drei Teile. Es bleibt wieder eine Nuss übrig, welche sie dem Affen geben. Wie viele Kokosnüsse waren ursprünglich im Haufen? Es soll eine allgemeine Lösung aufgestellt werden für n Kokosnüsse, k Seeleute und einem Affen.

Der erste Seemann, der aufsteht, lässt teilt zunächst die Zahl der Kokosnüsse durch die Anzahl der Seefahrer. Eine Kokosnuss gibt er dem Affen. Damit ergeben sich k Anteile, die die Größe  haben. Seinen Anteil vergräbt der erste Seemann, damit bleibt folgende Zahl an Kokosnüssen zurück:



Der zweite Seemann, der aufsteht, wiederholt die Aufgabe des ersten Seemannes:



Damit bleibt nachdem der dritte Seemann aufgestanden ist, folgende Anzahl übrig:



Es lässt sich also folgendes Bildungsgesetz für den i-ten Seemann aufstellen, für :



Mit jedem weiteren Seemann wird von jedem vorherige Term eins subtrahiert und dieses Ergebnis mit  multipliziert. Am frühen Morgen ist also noch eine Anzahl von



Es muss noch beachtet werden, dass am frühen Morgen der übrig gebliebene Haufen in k gleiche Teile geteilt wird und eine Kokosnuss übrig bleibt für den Affen. Damit kriegt jeder Seemann zusätzlich zu seinem bereits vergrabenen Anteil noch eine Zahl Kokosnüsse von:



Auf der linken Seite steht noch der Faktor(k-1), da am Morgen der Haufen endgültig aufgeteilt wird und nicht wieder zusammengelegt wird.

Bei dem zweiten Term handelt es sich um eine geometrische Reihe, die durch eine kleine Spielerei anders dargestellt werden kann. Betrachten wir dazu folgende geometrische Summe:



Jetzt multiplizieren wir beide Seiten der Gleichung mit a und erhalten:



Von dieser Gleichung ziehen wir anschließend unsere erste Formel ab und stellen dies nach s um:









Daher können wir für unsere Summe auch folgendes schreiben:



Letztendlich erhält man mit einigen Umstellungen:













Die ursprüngliche Aufgabenstellung war jedoch herauszufinden, wie viele Kokosnüsse vor der Nacht auf einem Haufen zusammenlagen. Dazu muss unsere obere Formel nach n umgestellt werden:















Damit es eine Lösung für n gibt, muss der Bruch offensichtlich eine Natürliche Zahl ergeben. Dies ist gegeben, wenn der Faktor (nk+1+1) gleich oder ein Vielfaches des Nenner ist oder wenn der Faktor kk+1 gleich oder ein Vielfaches des Nenners ist oder wenn der gesamte Zähler gleich oder ein Vielfaches von Nenner ist. Die Möglichkeit, dass der Faktor kk+1 ein Vielfaches oder gleich dem Nenner wird kann von vorneherein ausgeschlossen werden, aus folgendem Grund:

Betrachten wir zunächst folgenden Bruch:



Man kann zeigen, dass es keine Zahl gibt (auch nicht k-1), die Zähler und Nenner kürzt. Dies kann man ganz einfach über einen Widerspruchsbeweis machen:

Es gibt einen Teiler t > 1 sodass gilt:





Damit gilt also auch:





Man kann auch schreiben:









Dies ist ein Widerspruch, da t > 1 gefordert wurde.

Daher kann der Bruch



Nicht gekürzt werden. Dies muss auch für einen Bruch der Form



Gelten, da dieser Bruch aus den gleichen Primfaktoren wie der Bruch



Besteht. Daher kann kk+1 nicht ein Vielfaches von (k-1)k sein, da der Bruch sonst mit (k-1)k gekürzt werden könnte. Jetzt stellt sich natürlich die Frage, in welchem Fall der Bruch



mit dem Faktor



gekürzt werden kann. Dies kann nur dann geschehen, wenn (nk+1+1) ein Vielfaches davon ist. Also:

 

 

Damit können alle Lösungen für



Angegeben werden:

 

 

 

Dies ist auch gleichzeitig die Lösung unseres Problems.